Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 07.12.2018

Blatt 12

Übungen zu Funktionalanalysis I

1. (10P) Zeigen Sie Theorem 18.21 der Vorlesung, also die Formulierung des Spektralsatzes via Spektralmaß.

2. (10P) Es sei H ein separabler Hilbertraum mit unendlicher Dimension und es sei $A \in L(H)$ selbstadjungiert und invertierbar. Zeigen Sie, dass es unendlich viele verschiedene $B \in L(H)$ mit $B^2 = A$ gibt.

   Hinweis: Die Aufgabe wird ein kleines bisschen leichter, wenn man den Stoff vom 11.02. schon kennt.

3. (10P) Es sei $A \in L(\mathbb{C}^N)$ ein selbstadjungierter Operator mit Eigenwerten $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \cdots \leq \lambda_N$. Bestimmen Sie seine Spektralschar.

4. (10P) Es sei H ein separabler Hilbertraum, es sei $A \in L(H)$ ein selbstadjungierter Operator und es seien μ_j, $j \in I$, die Maße aus dem Spektralsatz 18.3. Ferner sei

$$t \in \mathbb{R} \setminus \overline{\bigcup_{j \in I} \operatorname{Supp} \mu_j},$$

   Zeigen Sie, dass $t \in \rho(A)$.

Abgabe: Mo, 14.01.2018, in der Vorlesung

Besprechung: 23. Januar